



۶- مجموع همه اعداد طبیعی که نامساوی  $2^n > n^2$  را نقض می کند کدام است؟

۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۷- درستی چه تعداد از گزاره های زیر با مثال نقض رد می شود؟

- مربع و مکعب هر عدد فرد، عددی فرد است. - مربع هر عدد حقیقی بین ۵ و ۱ از مکعب آن بیشتر است.

- مجموع دو عدد گویا، عددی گویاست. - حاصل ضرب دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸- از بین گزاره های «ضرب یک عدد گنگ و گویا، عددی گنگ است»، «مربع هر عدد اول، فرد است»، «هر عدد اول، به صورت، جمع

دو عدد متمایز قابل نوشتن است»، «جمع دو عدد گنگ، ممکن است گنگ نباشد» چند گزاره صحیح است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹- گزاره «اگر  $a$  زوج باشد،  $a(a^2 - 4)$  مضرب ۴۸ است» .....

(۱) به روش مثال نقض رد می شود.

(۲) مستقیم اثبات نمی گردد.

(۳) با استفاده از «ضرب دو عدد زوج، زوج است» به روش مستقیم اثبات می گردد.

(۴) با استفاده از «ضرب ۳ عدد صحیح متوالی مضرب ۶ است» به روش مستقیم اثبات می گردد.

۱۰- اگر  $ab = (3n+1)^n + (3n+2)^n$  باشد، آنگاه عبارت  $a^2 + b^2$  چگونه است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

(۱) همواره زوج (۲) همواره فرد (۳) همواره اول (۴) گاهی زوج و گاهی فرد

۱۱- چند مورد صحیح است؟

(۱) برای اثبات حکم «اگر  $n$  فرد باشد،  $n^2$  نیز فرد است.» از برهان خلف استفاده می کنیم.

(۲) برای اثبات درستی « $\sqrt{5}$  عددی گنگ است» از برهان خلف استفاده می کنیم.

(۳) برای اثبات درستی «تفاضل مکعب های دو عدد صحیح متوالی، عدد فرد است» روش در نظر گرفتن همه حالت ها مناسب است.

(۴) برای نشان دادن نادرستی «اگر  $x, y$  گنگ باشند، آنگاه  $xy$  گنگ است» از روش مثال نقض استفاده می کنیم.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲- در مورد سه مجموعه ناتهی  $A, B$  و  $C$  کدام رابطه با مثال نقض رد نمی شود؟

(۱)  $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$  (۲)  $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$

(۳)  $A - B = A - C \Rightarrow B = C$  (۴)  $A \times B = A \times C \Rightarrow B = C$



۱۸- برای اثبات درستی گزاره‌ها به روش در نظر گرفتن همه حالت‌ها (اشباع) از کدام هم‌ارزی منطقی استفاده می‌شود؟

$$(1) (p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$$

$$(2) (p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

$$(3) (p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

$$(4) (p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$$

۱۹- چند زوج مرتب مانند  $x$  و  $y$  وجود دارد به طوری که  $x, y$  طبیعی و یک‌رقمی و  $x^2 + y^2 = (x+y)^2$  باشد؟

(۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) هیچ

۲۰- چند عدد از مجموعه  $s = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$  عبارت  $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$  را به عددی زوج تبدیل می‌کند؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۱- اثبات کدام گزاره فقط بر پایه هم‌ارزی  $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$  بنا نهاده شده است؟

(۱) اگر  $a_1, a_2, a_3$  سه عدد صحیح و  $b_1, b_2, b_3$  همان اعداد با ترتیب دیگری باشند عدد  $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$  زوج است.

(۲) اگر  $a, b, c$  هیچ‌کدام مضرب ۳ نباشند، عدد  $a^2 + b^2 + c^2$  مضرب ۳ است.

(۳) حاصل ضرب هر ۴ عدد طبیعی متوالی به علاوه یک مربع کامل است.

(۴) میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها بیشتر است.

### اثبات با روش غیر مستقیم (برهان خلف)

۲۲- در اثبات حکم «حاصل جمع یک عدد گنگ و یک عدد گویا، عددی گنگ است» به روش برهان خلف، نتیجه خلاف فرض کدام

است؟

(۱) ضرب دو عدد گویا عددی گویا است. (۲) جمع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۳) تفاضل دو عدد گویا، عددی گویاست. (۴) تفاضل دو عدد گنگ، ممکن است گویا باشد.

۲۳- کدام یک از موارد زیر دارای مثال نقض است؟

الف) اگر  $x$  یک عدد گنگ باشد،  $\frac{1}{x}$  نیز گنگ است.

ب) اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد گنگ ولی  $\alpha + \beta$  گویا باشد،  $\alpha - \beta$  و  $\alpha + 3\beta$  گنگ هستند.

ج) حاصل جمع عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

د) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

۲۴- در اثبات حکم «اگر تابع  $f$  در  $x = a$  پیوسته ولی  $g$  در  $x = a$  ناپیوسته باشد،  $g - f$  در  $x = a$  ناپیوسته است»

با تکیه بر کدام استدلال درست به نتیجه خلاف فرض می‌رسیم؟

- الف) جمع دو تابع پیوسته، تابعی پیوسته است.  
 ب) جمع دو تابع ناپیوسته، تابعی ناپیوسته است.  
 ج) تفاضل دو تابع پیوسته، تابعی پیوسته است.  
 د) تفاضل دو تابع ناپیوسته، تابعی ناپیوسته است.

### اثبات غیر مستقیم (برهان خلف)

۲۵- اگر  $a_1, a_2, a_3$  و  $b_1, b_2, b_3$  همان اعداد ولی با ترتیب دیگری باشند، چه تعداد از عبارتهای زیر قطعاً زوج هستند؟

- $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$
- $2a_1a_2a_3 + b_1b_2b_3$
- $(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)^2(a_1 - b_1)$
- $a_1b_1 + 2a_2b_2 + 3a_3b_3$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۶- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد گنگ و عدد  $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{3}$  عددی گویا باشد، آنگاه عددی  $2\alpha + 3\beta$  عددی ..... و عدد  $2\alpha + 3\beta$  عددی ..... است.

۴ گنگ - گویا

۳ گویا - گنگ

۲ گویا - گویا

۱ گنگ - گنگ

۲۷- در اثبات چه تعداد از گزاره‌های زیر از روش برهان خلف استفاده می‌کنیم؟

الف: می‌دانیم  $\sqrt{2}$  گنگ است. ثابت می‌کنیم  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  گنگ است.

ب: اگر  $a, b$  دو عدد حقیقی و ناصفر متمایز باشند؛ آنگاه  $2 \neq \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  است.

ج: اگر  $n^2$  زوج باشد، آنگاه  $n$  نیز زوج است.

د: اگر  $x$  و  $y$  اعداد گنگ مثبت باشند،  $x + y$  همواره گنگ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۸- اثبات کدام گزاره احتیاج به برهان خلف ندارد؟

(۱) عدد  $\sqrt{5}$  گنگ است.

(۲) از یک نقطه فقط یک خط موازی خط مفروض می‌توان رسم کرد.

(۳) در یک صفحه از نقطه مفروض فقط یک خط می‌توان بر خط مفروض عمود کرد.

(۴) مربع هر عدد طبیعی فرد از مضرب ۸ یک واحد بیشتر است.



۳۵- چندتا از گزاره‌های زیر برای اعداد حقیقی  $x, y$  برقرارند؟

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2, \frac{x+y}{2} \leq \sqrt{xy}, x^2 + y^2 \geq x^2y + y^2x$$

$x, y \neq 0$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ هیچ کدام

۳۶- اگر  $a$  و  $b$  در بازه  $(-5, 5)$  باشند چند زوج مرتب مانند  $(a, b)$  وجود دارند به طوری که  $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  باشند؟

۱ هیچ زوجی وجود ندارد (۲) ۳ (۳) ۴ ۵ (۴) ۱۰ (۳)

۳۷- کدام دو گزاره هم‌ارز نیستند؟ (ماز)

(۱)  $a - b < 0 \Leftrightarrow b^5 > a^5$

(۲)  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow (a = 0 \vee b = 0)$

(۳)  $4a + 1$  مربع کامل است  $\Leftrightarrow a$  حاصل ضرب دو عدد متوالی است.

(۴)  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \Leftrightarrow a^2b - b^2a = 0$

۳۸- در اثبات نامساوی  $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$  از طریق روش بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟ ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

(۱)  $(a - b)^2 > 0$  (۲)  $a^2 + b^2 > 0$  (۳)  $(a - b)^2 \geq 0$  (۴)  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$

۳۹- در اثبات نامساوی  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$  به روش بازگشتی به رابطه بدیهی ..... می‌رسیم.

(۱)  $(ad + bc)^2 \geq 0$  (۲)  $(ad - bc)^2 \geq 0$  (۳)  $(ab + cd)^2 \geq 0$  (۴)  $(ab - cd)^2 \geq 0$

۴۰-  $a_1, a_2$  و  $a_3$  عددهای صحیح و  $b_1, b_2$  و  $b_3$  همان اعداد ولی با ترتیب دیگری هستند. کدام گزینه جمله «برای اثبات ....

گزاره  $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3) + 1$  عددی فرد است، از روش ..... استفاده می‌کنیم.» را به درستی تکمیل می‌کند؟

(۱) درستی - اثبات مستقیم (۲) درستی - اثبات غیرمستقیم (۳) نادرستی - مثال نقض (۴) نادرستی - برهان خلف

### اثبات بازگشتی

۴۱- فرض کنید  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی باشند. در اثبات نامساوی زیر به روش بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟ (سفت)

$$x^2 + y^2 \geq x + y - \frac{1}{4}$$

(۱)  $(x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$  (۲)  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (x^2 + y^2) \geq 0$

(۳)  $(x+y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$  (۴)  $(x-y+1)^2 + (x+y)^2 \geq 0$

۴۲- فرض کنید  $a, b \in \mathbb{Z}$  و گزاره  $q$  به صورت زیر تعریف شده باشد،  $q$  با کدام گزاره هم‌ارز است؟

« $5a + 3b$  عدد زوج می‌باشد:  $q$ »

(۱)  $ab$  زوج است. (۲)  $a^2 + b^2$  زوج است.

(۳)  $3a + 4b$  زوج است. (۴)  $2a + 5b$  زوج است.

۴۳- در اثبات نامساوی  $a^2 + b^2 + k^3 \geq a + ab + b$  به روش اثبات بازگشتی، حداقل مقدار  $k$  برای اینکه به یک رابطه بدیهی برسیم

و تمامی مراحل برگشت‌پذیر باشند، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\sqrt[3]{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۴۴- اگر عددهای  $x + 3y$  و  $2x - y$  گنگ و عدد  $x + y$  گویا باشد، آنگاه با استفاده از ..... ثابت می‌شود که  $x$  عددی ..... است.

(۱) برهان خلف - گنگ (۲) در نظر گرفتن همه حالت‌ها - گویا

(۳) برهان خلف - گویا (۴) در نظر گرفتن همه حالت‌ها - گنگ

۴۵- جاهای خالی جملات زیر با کدام گزینه به درستی تکمیل می‌شود؟

«برای ..... حکم اگر  $A, B, C$  سه مجموعه باشند به طوری که  $A \cup B = A \cup C$  آنگاه  $B = C$  از ..... استفاده می‌کنیم.

(۱) اثبات - روش بازگشتی

(۲) اثبات - در نظر گرفتن تمام حالت‌ها

(۳) رد کردن - مثال نقض  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{2, 3, 4\}$  و  $C = \{3, 4, 5\}$

(۴) رد کردن - مثال نقض  $A = \{1, 2, 3\}$ ،  $B = \{2, 3\}$  و  $C = \{1, 3\}$



۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۲۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۳۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۱۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۲۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۳۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۱۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۲۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					

برای دیدن تحلیل ویدئویی تست‌ها به وبسایت منیاز مراجعه کنید.

[www.moniaz.ir](http://www.moniaz.ir)

